



SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

SEMESTRAL
UNI



Álgebra

Tema: Gráfica de funciones II

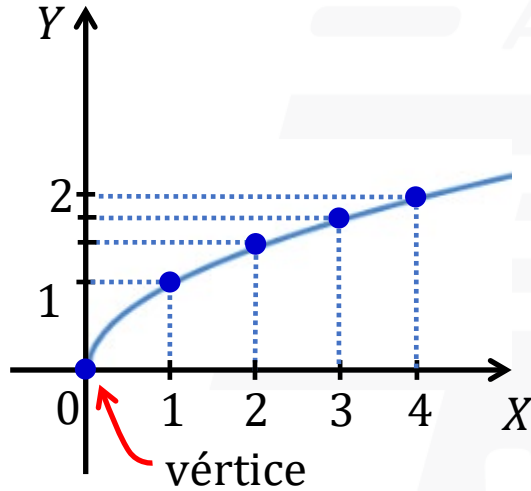
Docente: Phlucker H. Coz

FUNCIÓN RAÍZ CUADRADA

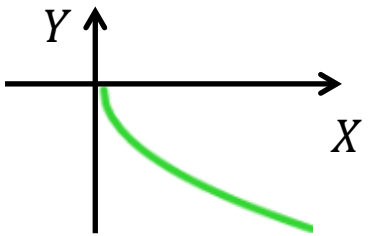
$$f(x) = \sqrt{x}; \text{ Dom}f = \mathbb{R}_0^+$$

Tabulando

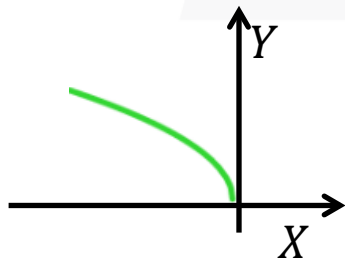
x	y
0	0
1	1
2	$\sqrt{2}$
3	$\sqrt{3}$
4	2



$$f(x) = -\sqrt{x}$$



$$f(x) = \sqrt{-x}$$



$$y = a\sqrt{x-h} + k$$

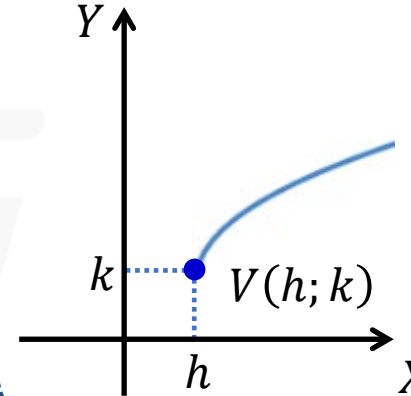
Vértice: $(h; k)$

$$y = a\sqrt{h-x} + k$$

Vértice: $(h; k)$

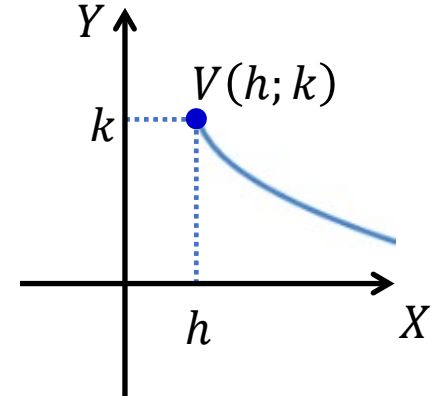
Si $a > 0$

(Derecha y arriba)



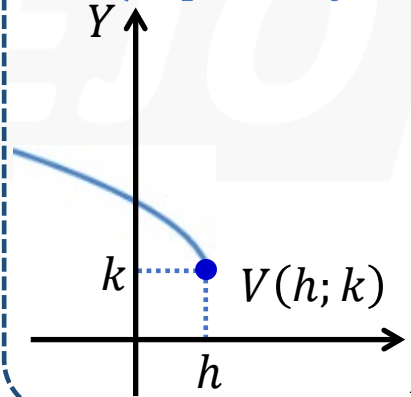
Si $a < 0$

(Derecha y abajo)



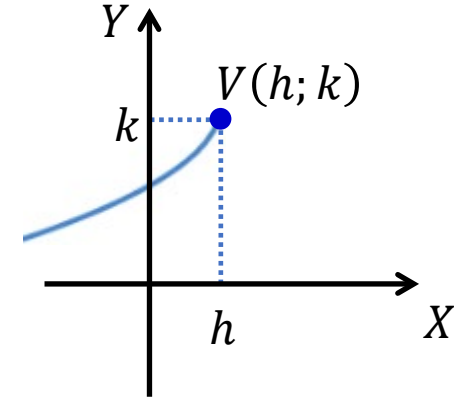
Si $a > 0$

(Izquierda y arriba)



Si $a < 0$

(Izquierda y abajo)

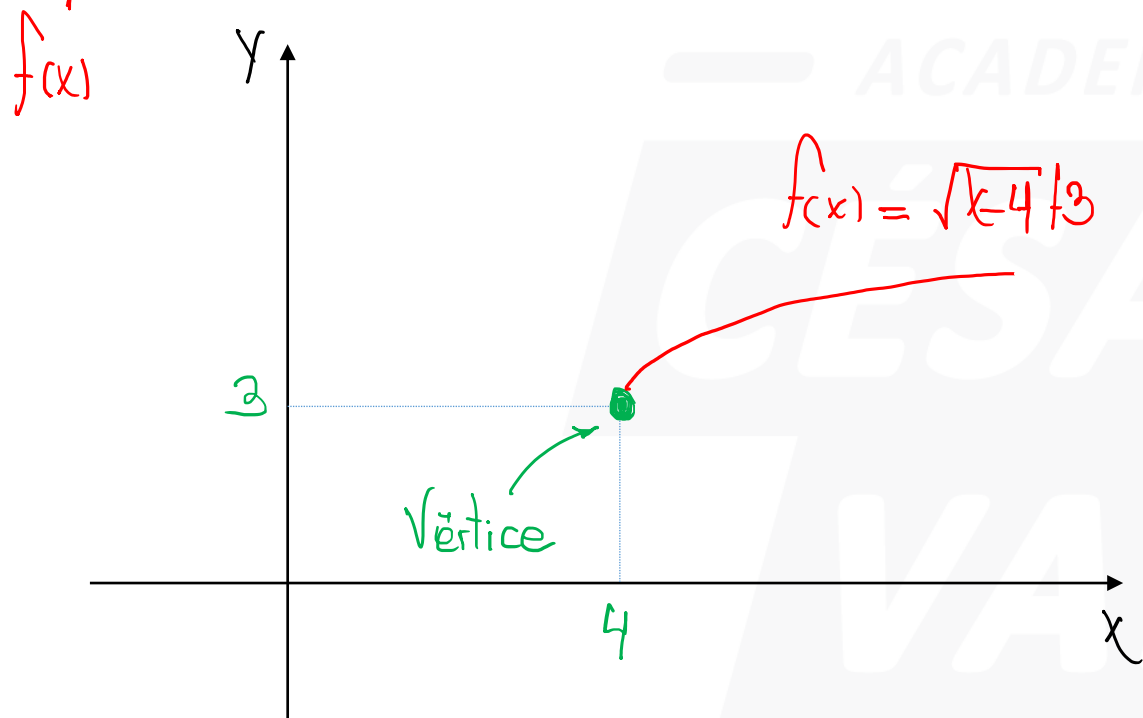


Graficar

$$y = \sqrt{x-4} + 3$$

ordenada

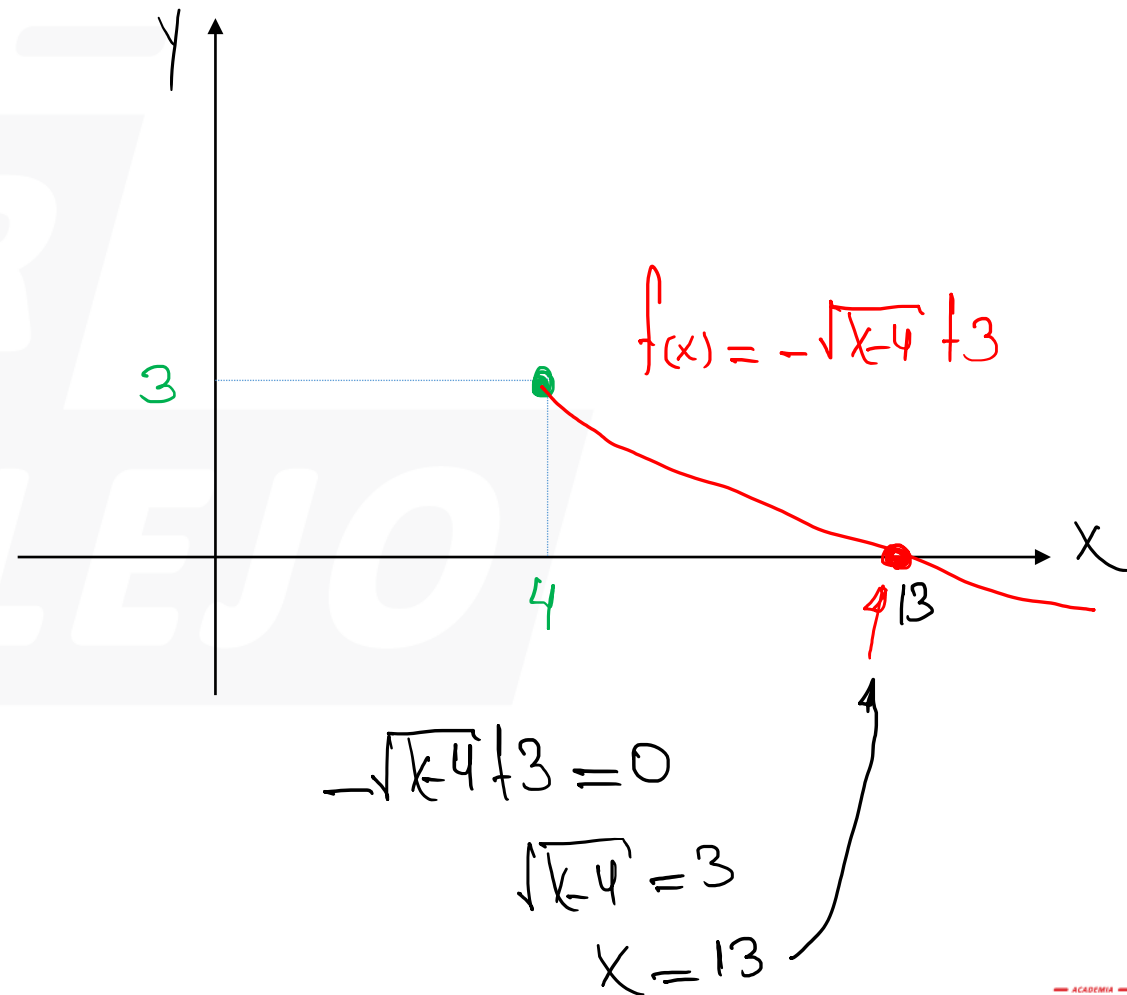
$$x-4=0 \Rightarrow x=4$$



Graficar

$$y = -\sqrt{x-4} + 3$$

negativo



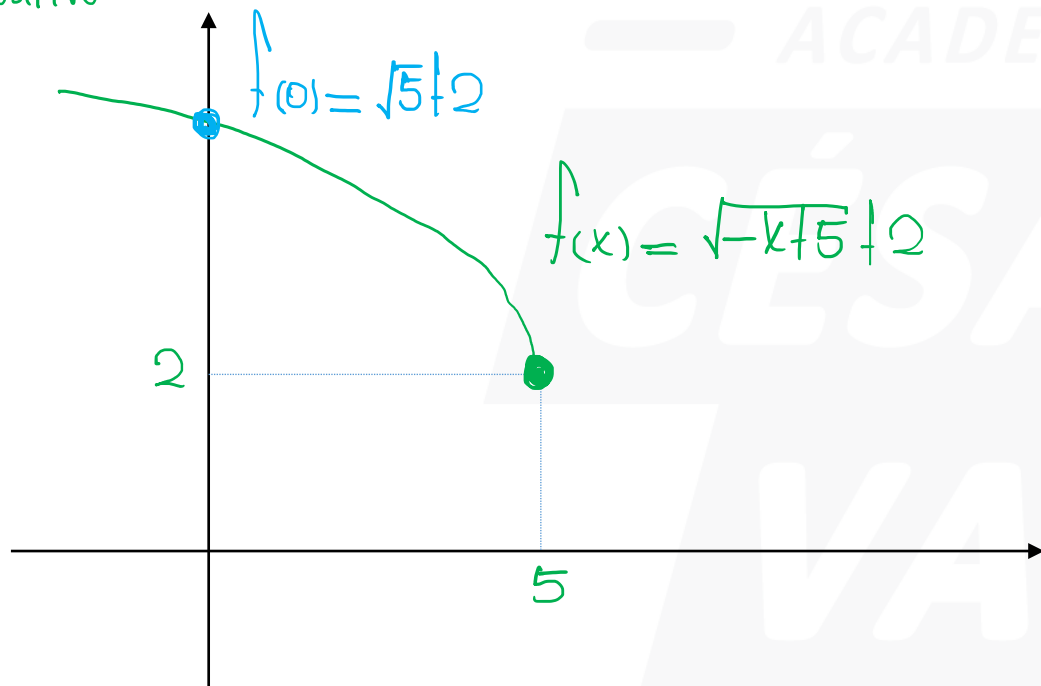
Graficar

$$y = \sqrt{-x + 5} + 2$$

positivo

ordenada

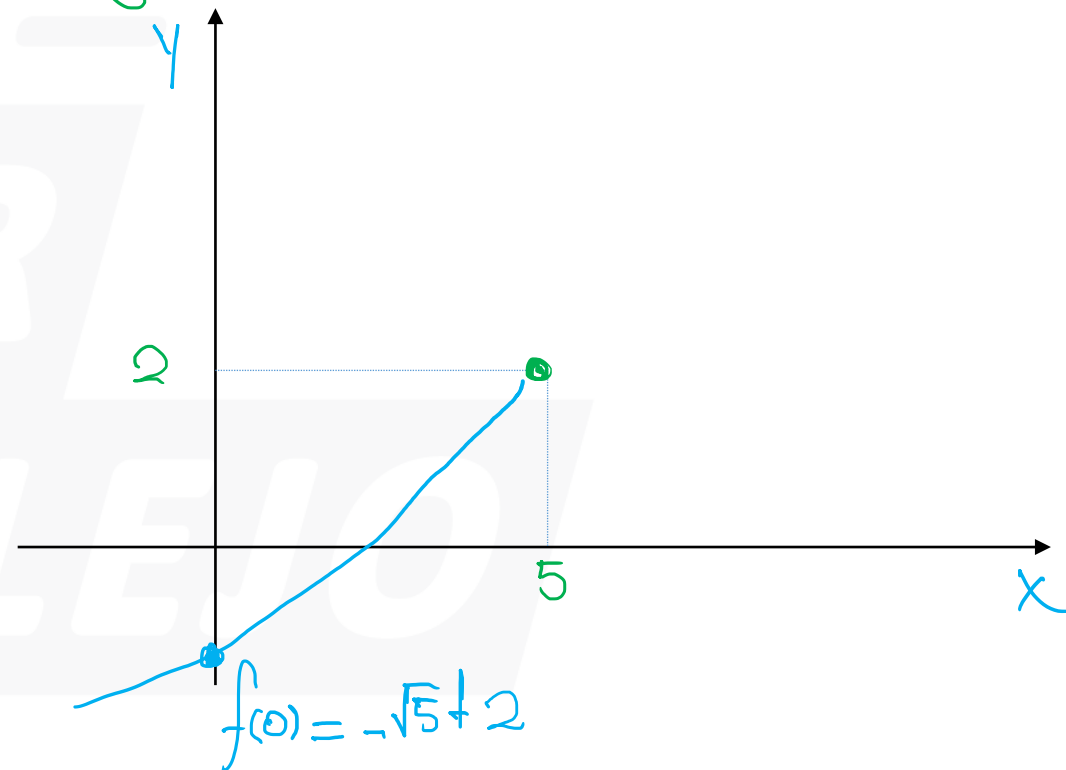
$$-x + 5 = 0 \Rightarrow x = 5$$



Graficar

$$y = -\sqrt{5-x} + 2$$

negativo



Aplicación

Sea la función $f(x) = b + \sqrt{-x + a}$ tal que $f(0) = -1$ y $f(-3) = 0$. Determine la gráfica de f .

Resolución:

$$f(x) = \sqrt{-x + a} + b$$

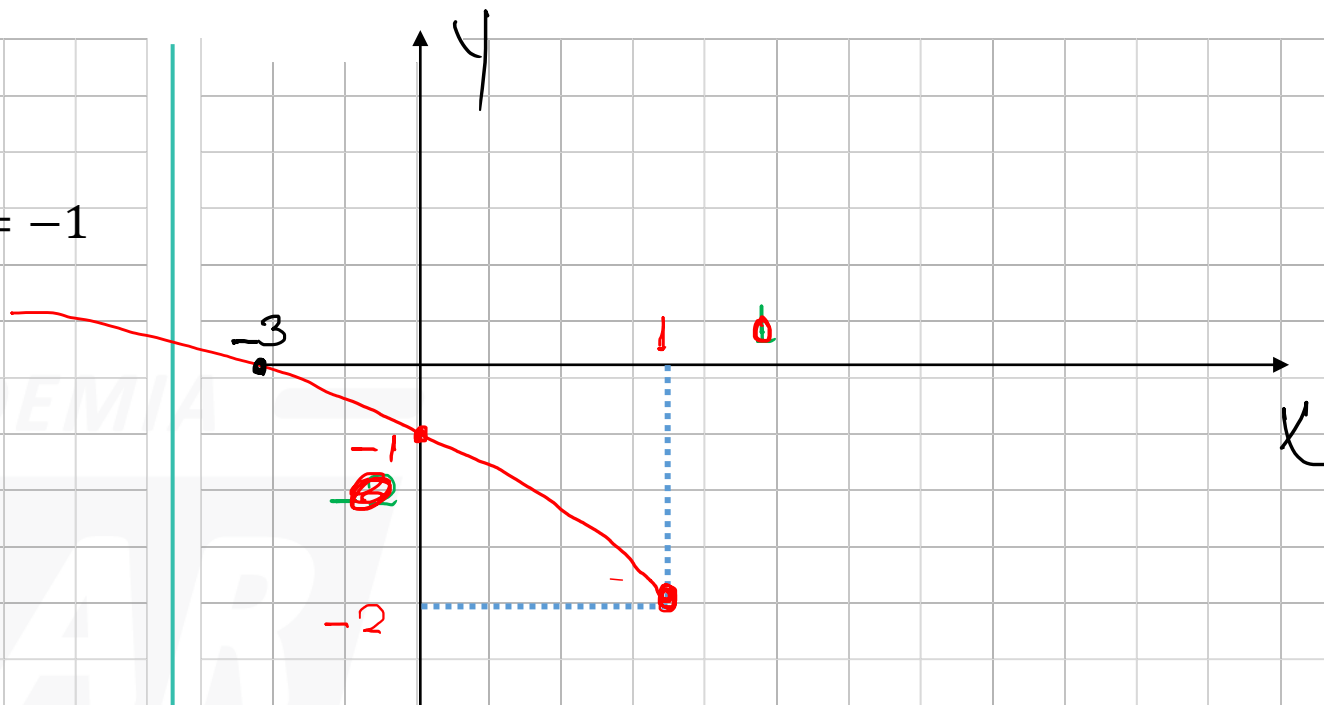
$$x=0: \sqrt{a} + b = -1$$

$$x=-3: \sqrt{3+a} + b = 0 \quad \text{... } \psi$$

$$\sqrt{3+a} - \sqrt{a} = 1 \Rightarrow a=1$$

$$\text{En } \psi: \sqrt{4} + b = 0$$

Luego $f(x) = \sqrt{-x+1} - 2$
Vértice = $(1; -2)$



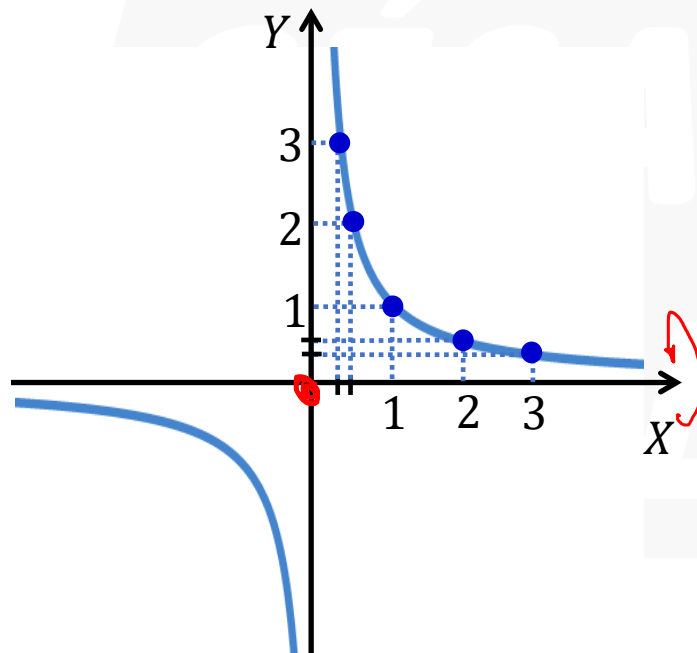
FUNCIÓN INVERSO MULTIPLICATIVO

Es aquella función cuya regla de correspondencia es

$$f(x) = \frac{1}{x} ; x \neq 0$$

Tabulando

x	y
$1/3$	3
$1/2$	2
1	1
2	$1/2$
3	$1/3$

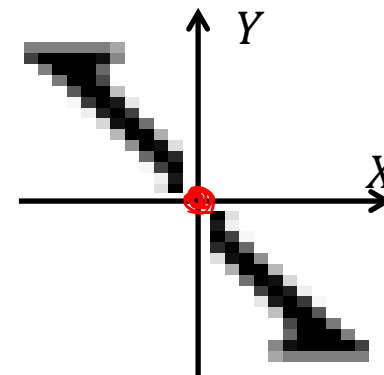


NOTA:

- La gráfica es una hipérbola equilátera.
- Los eje X e Y, son rectas asíntotas.

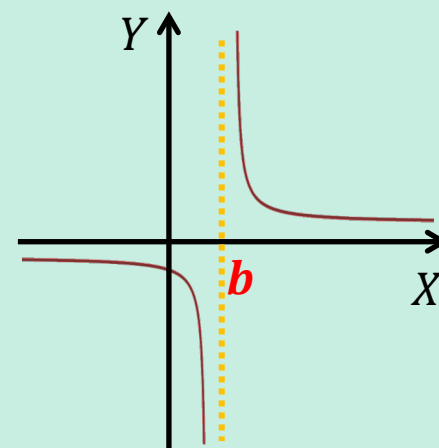
Se deduce la siguiente gráfica:

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

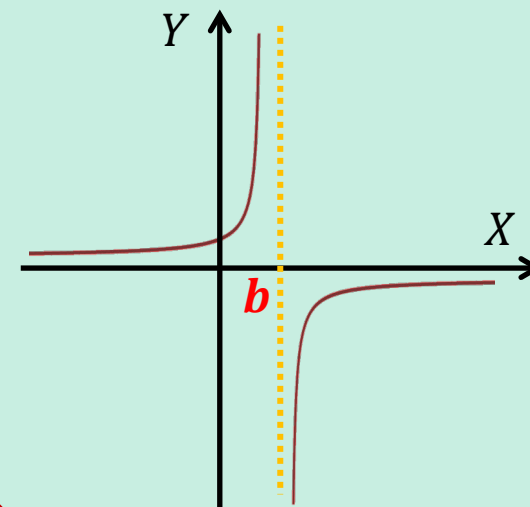


También

$$f(x) = \frac{k}{x - b} ; b > 0, k > 0$$



$$f(x) = \frac{k}{x - b} ; b > 0, k < 0$$



Graficar

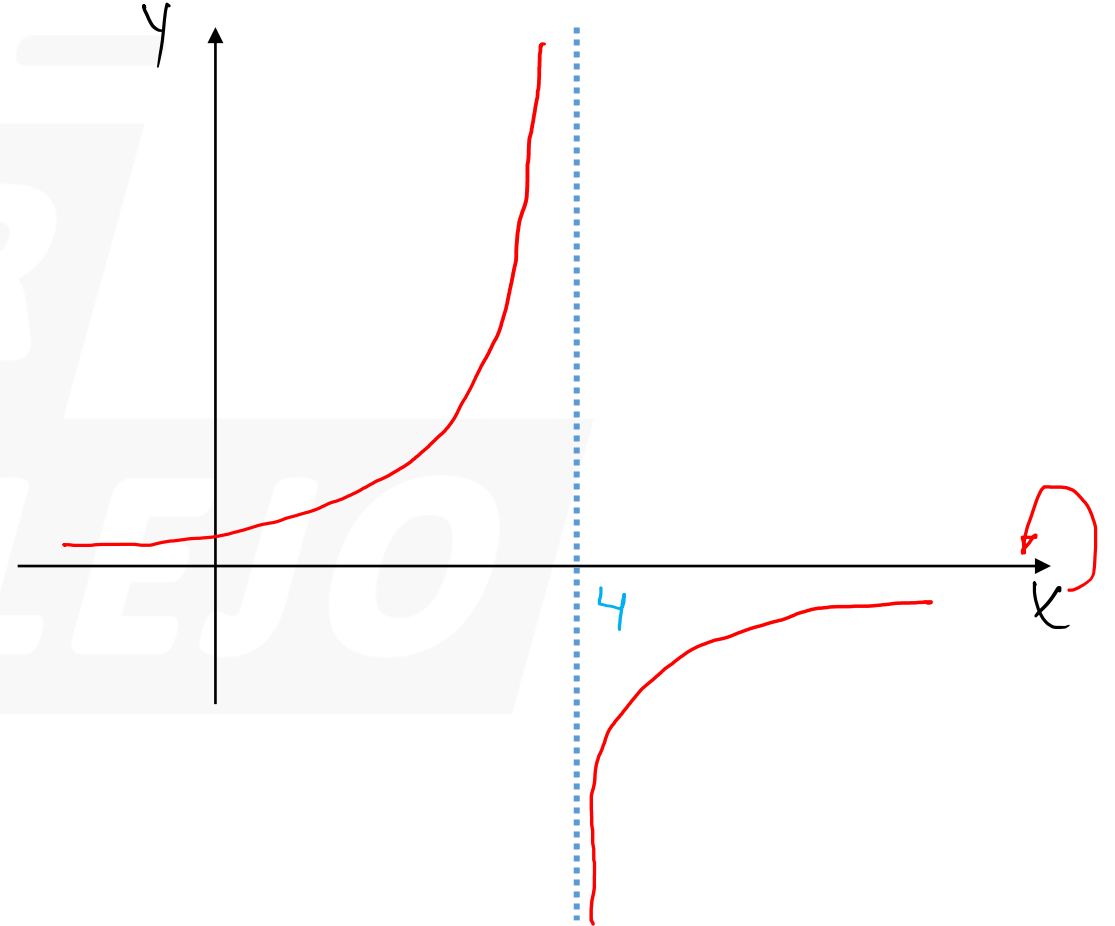
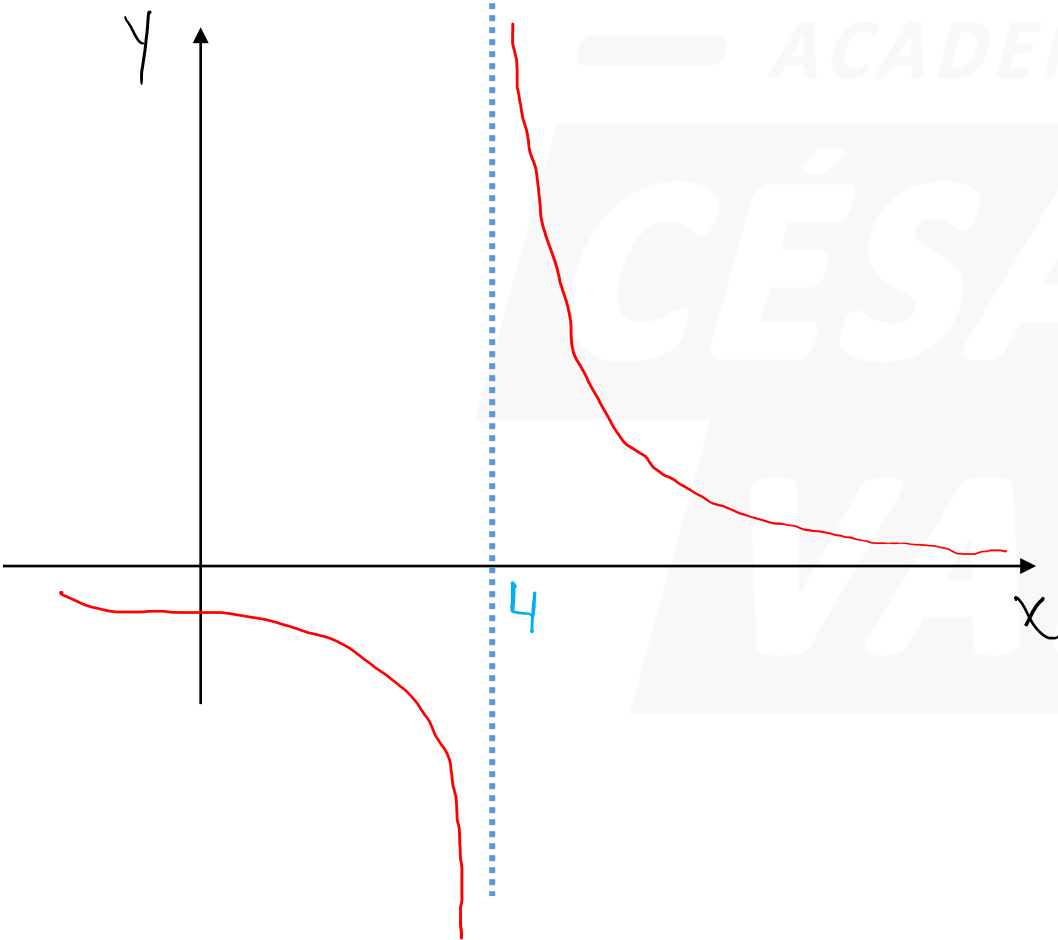
$$y = \frac{2}{x-4}$$

positivo
 $x-4=0$
 $x=4$

Graficar

$$y = \frac{-2}{x-4}$$

negativo

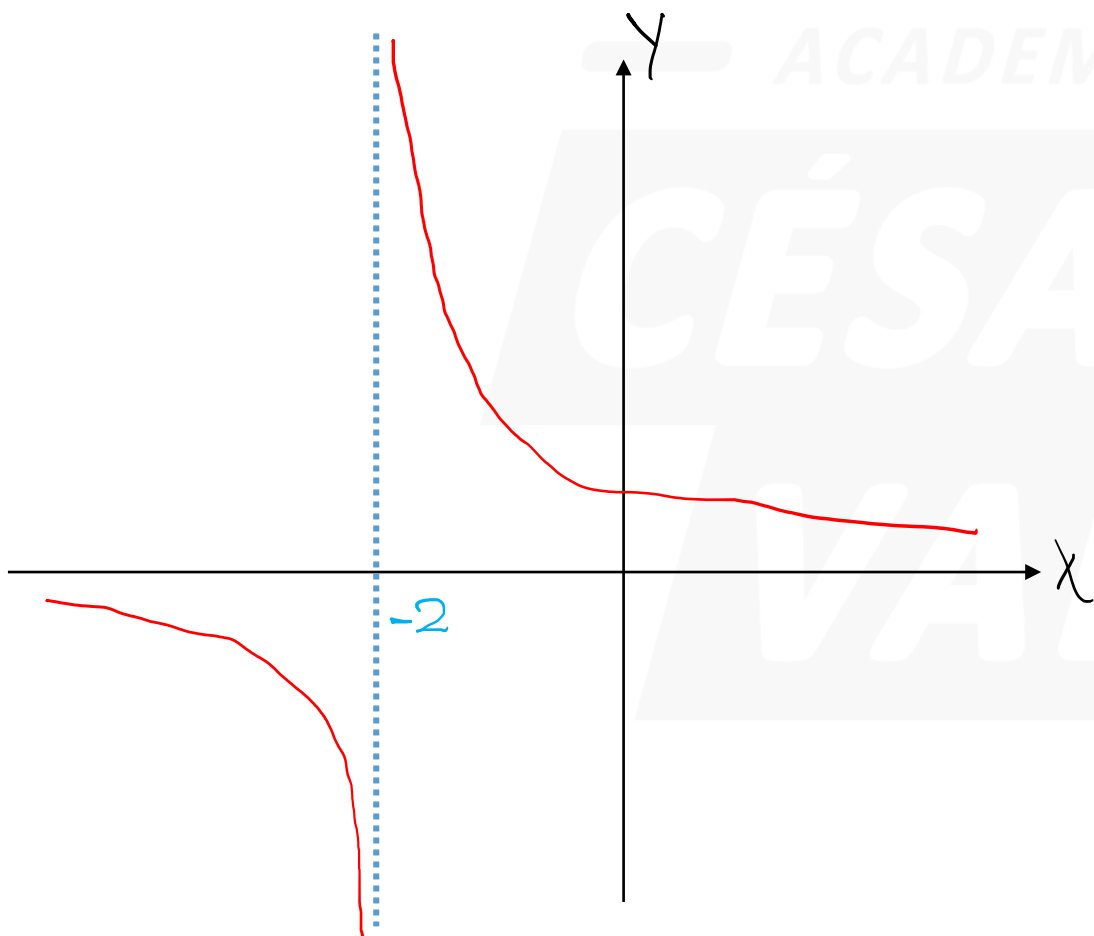


Graficar

$$y = \frac{5}{x+2}$$

positive

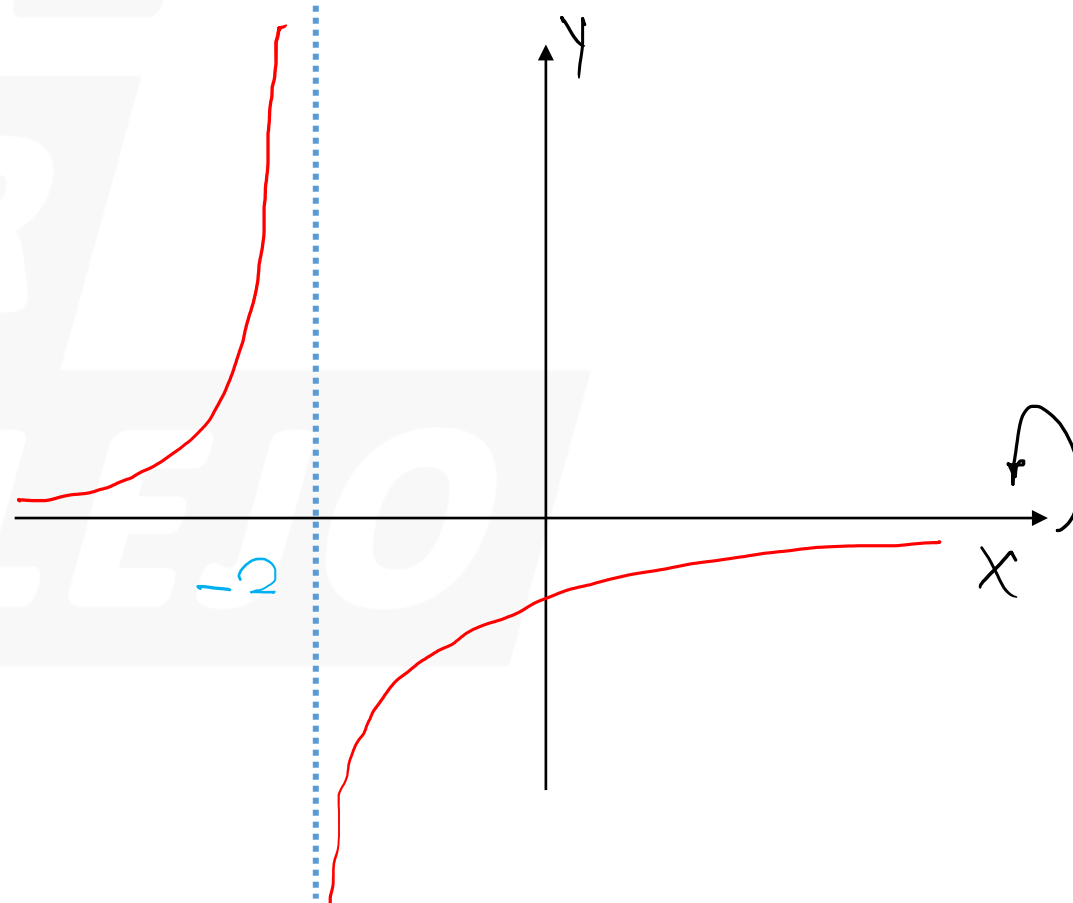
$$x+2=0 \Rightarrow x=-2$$



Graficar

$$y = \frac{-5}{x+2}$$

negativo



Aplicación

Se define la función $f: [1; 6] \rightarrow \left[\frac{1}{11}; 1\right]$

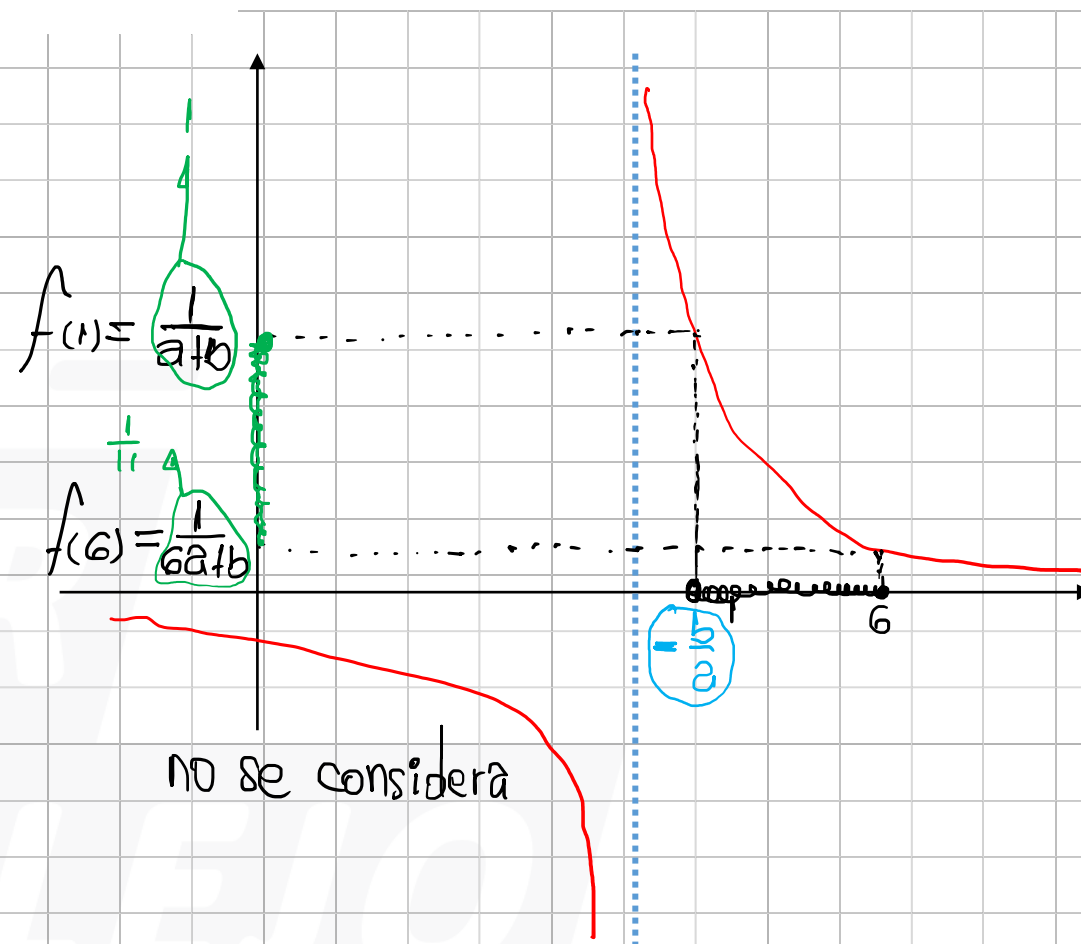
tal que $f(x) = \frac{1}{ax+b}$; $a > 0$. Halle el valor de ab para que el rango de f sea $\left[\frac{1}{11}; 1\right]$.

- A) 4 B) -6 C) -2 D) 3 E) -1

Resolución:

Sea $-\frac{b}{a} = f$ positivo $\Rightarrow b$ es negativo

Obs Para determinar la asíntota vertical el denominador se iguala a cero



$$\begin{cases} a+b=1 \\ 6a+b=11 \end{cases} (-)$$

$$5a = 10$$

$$a = 2 \wedge b = -1$$

FUNCIÓN RACIONAL

Son aquellas funciones cuya regla de correspondencia es:

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$$

Donde: $c \neq 0$; $ad \neq bc$

Su gráfica tiene 2 asíntotas.

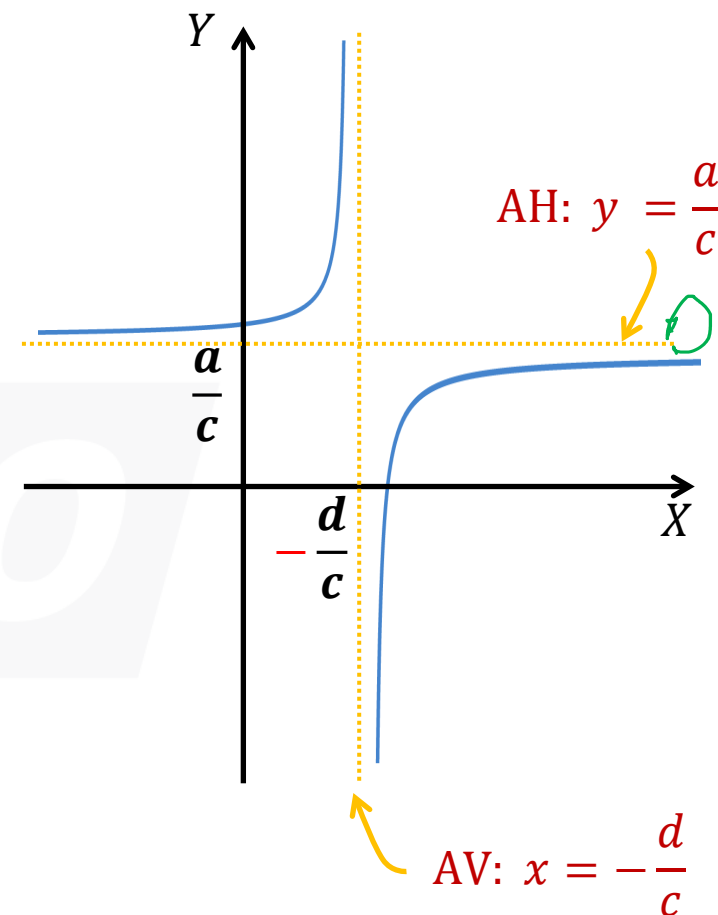
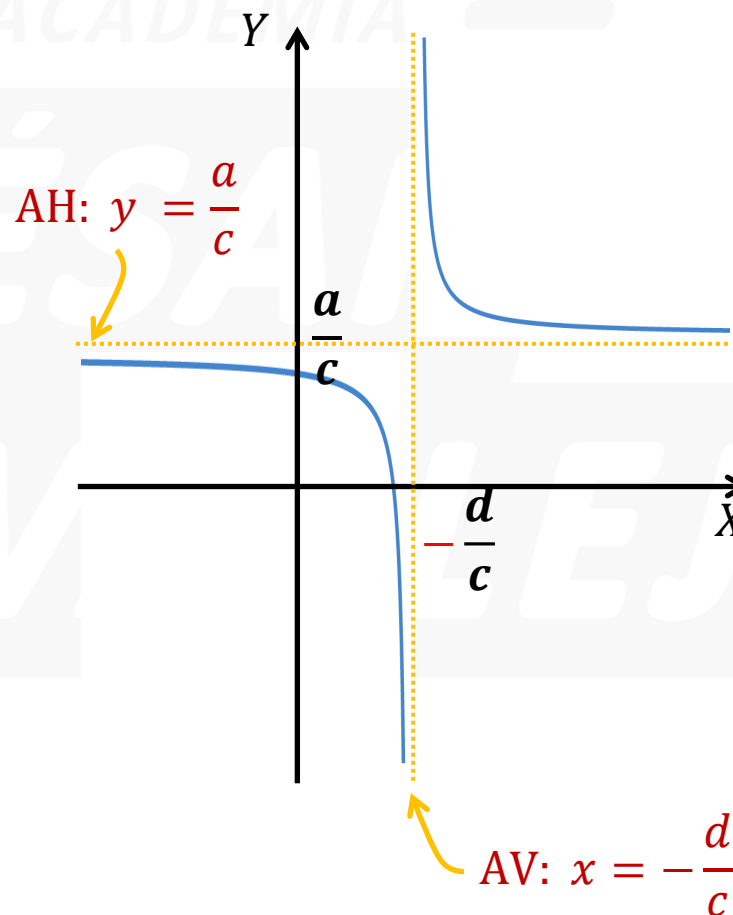
- Asíntota vertical (AV):

$$x = -\frac{d}{c}$$

- Asíntota horizontal (AH):

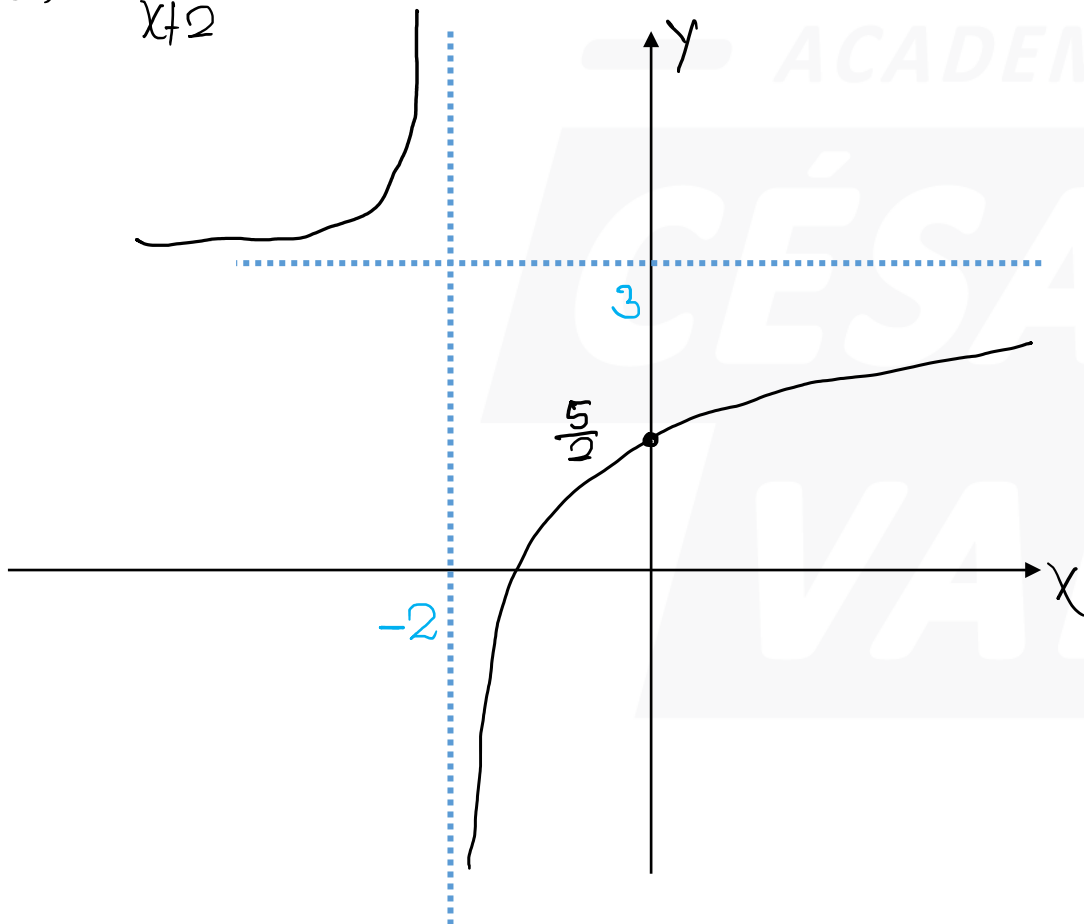
$$y = \frac{a}{c}$$

Se presenta dos posibles gráficas



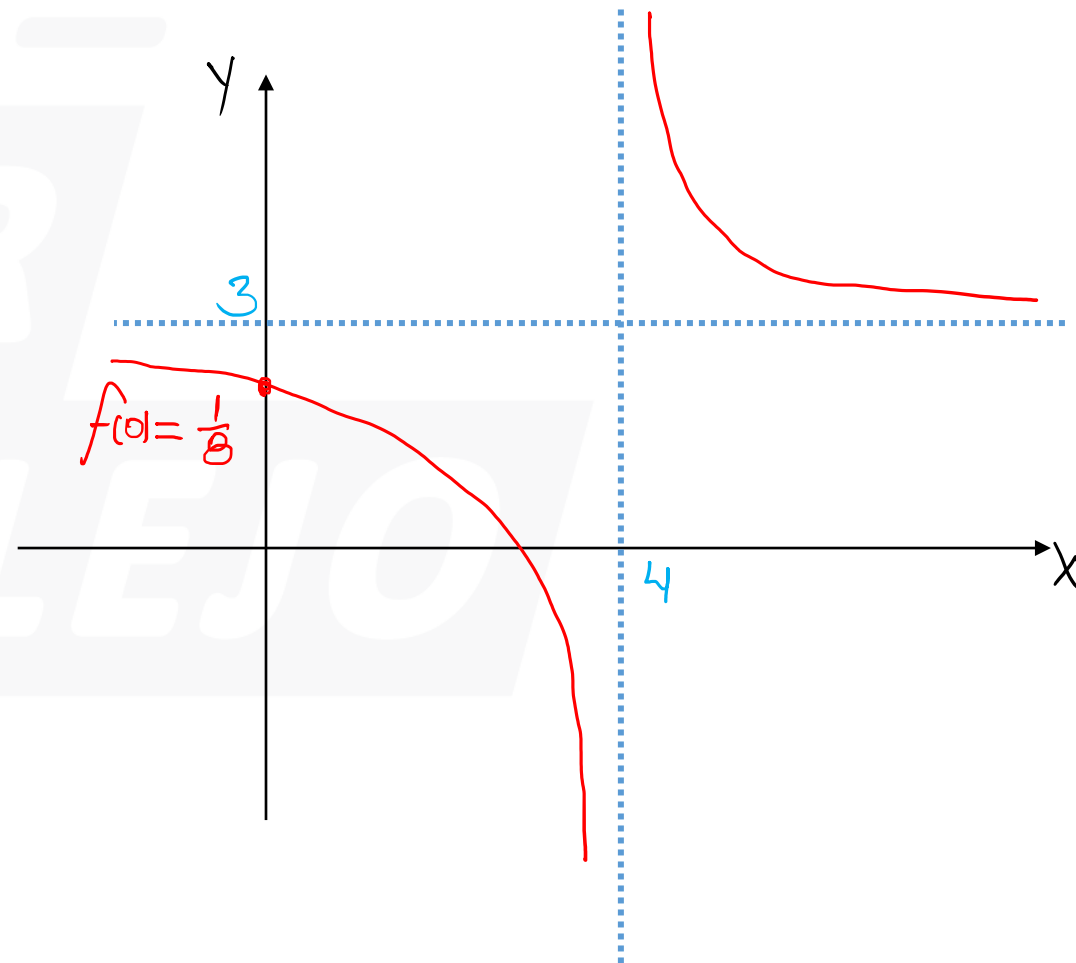
Graficar $y = \frac{3x + 5}{x + 2}$

$$f(x) = \frac{3x + 5}{x + 2}$$



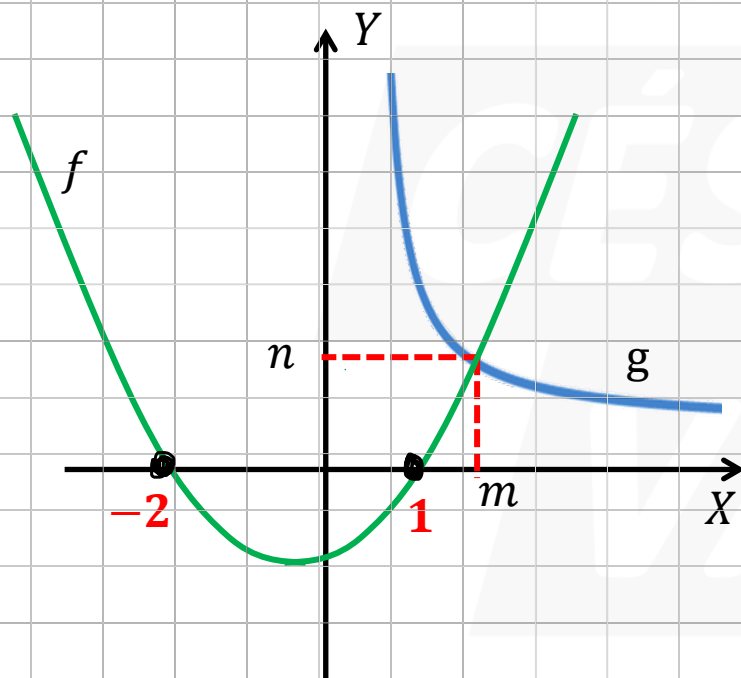
Graficar

$$y = \frac{6x - 1}{2x - 8}$$



Aplicación

La figura muestra las gráficas de las funciones f y g , tal que $f(x) = x^2 + bx + c$ y $g(x) = \frac{2}{x}; x > 0$.
Calcule el valor de $(mn)^c$.

A) $1/4$

B) 1

C) 2

D) $1/3$ E) $3/4$

Resolución:

$$\text{Raíces: } \underbrace{-2; 1}$$

$$x^2 - (-1)x + (-2)$$

$$f(x) = x^2 + x - 2 \quad (c = -2)$$

$$\Rightarrow f(x) = g(x)$$

$$x^2 + x - 2 = \frac{2}{x}$$

$$x^3 + x^2 - 2x = 2 \Rightarrow x^3 + x^2 - 2x - 2 = 0 \quad (x \neq 0)$$

$$x^2(x+1) - 2(x+1) = 0 \Rightarrow (x+1)(x^2-2) = 0$$

$$x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \quad \because \underbrace{x = \sqrt{2}}_{m = \sqrt{2}}$$

$$\star g(x) = \frac{2}{x} \Rightarrow \underbrace{g(\sqrt{2})}_n = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

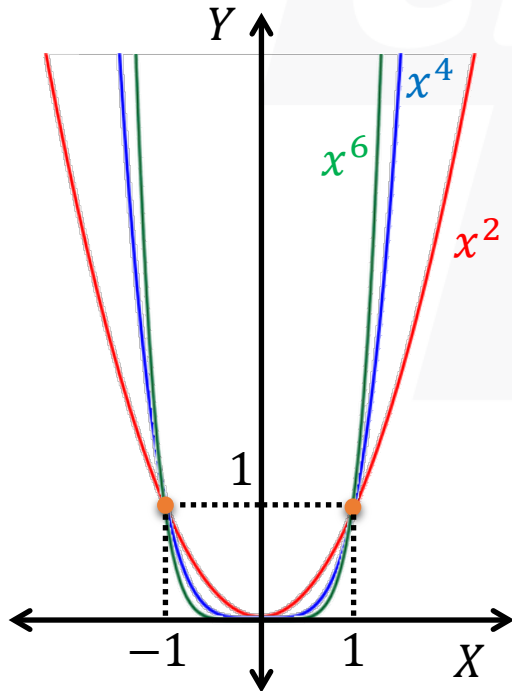
$$\because mn = 2$$

FUNCIÓN POTENCIAL

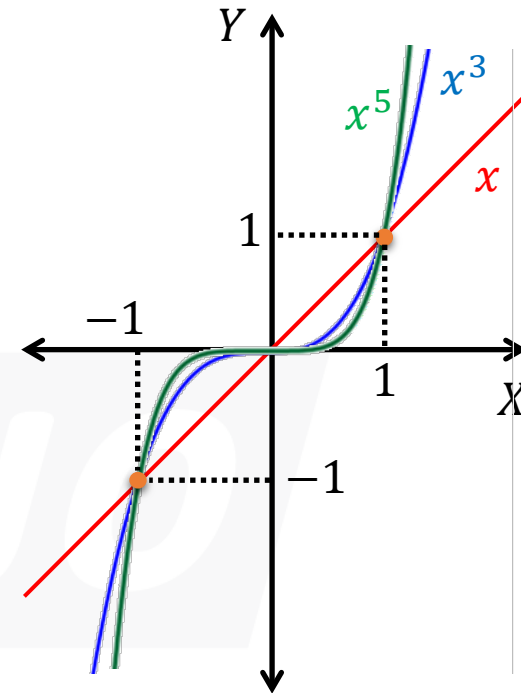
Es aquella función cuya regla de correspondencia es

$$f(x) = x^n; n \geq 2; n \in \mathbb{Z}$$

Caso I: n : par

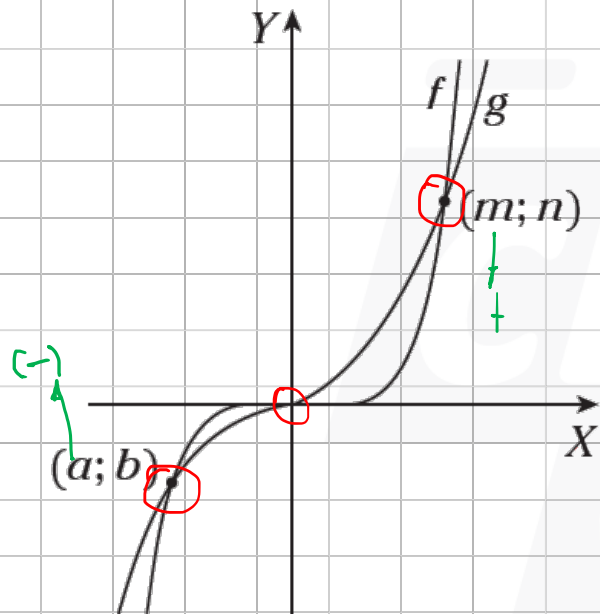


Caso II: n : impar



Aplicación

Se muestra las gráficas de las siguientes funciones $f(x) = x|x|$ y $g(x) = x^5$.



Halle el valor de $am + bn$

- A) 0 B) 4 C) -2 D) -1 E) 3

Resolución:

Como se intersectan, se iguala

$$f(x) = g(x)$$

$$x|x| = x^5$$

* Sea $x > 0$: $\underbrace{x \cdot x = x^5}_{x=1 \Rightarrow m=1}$

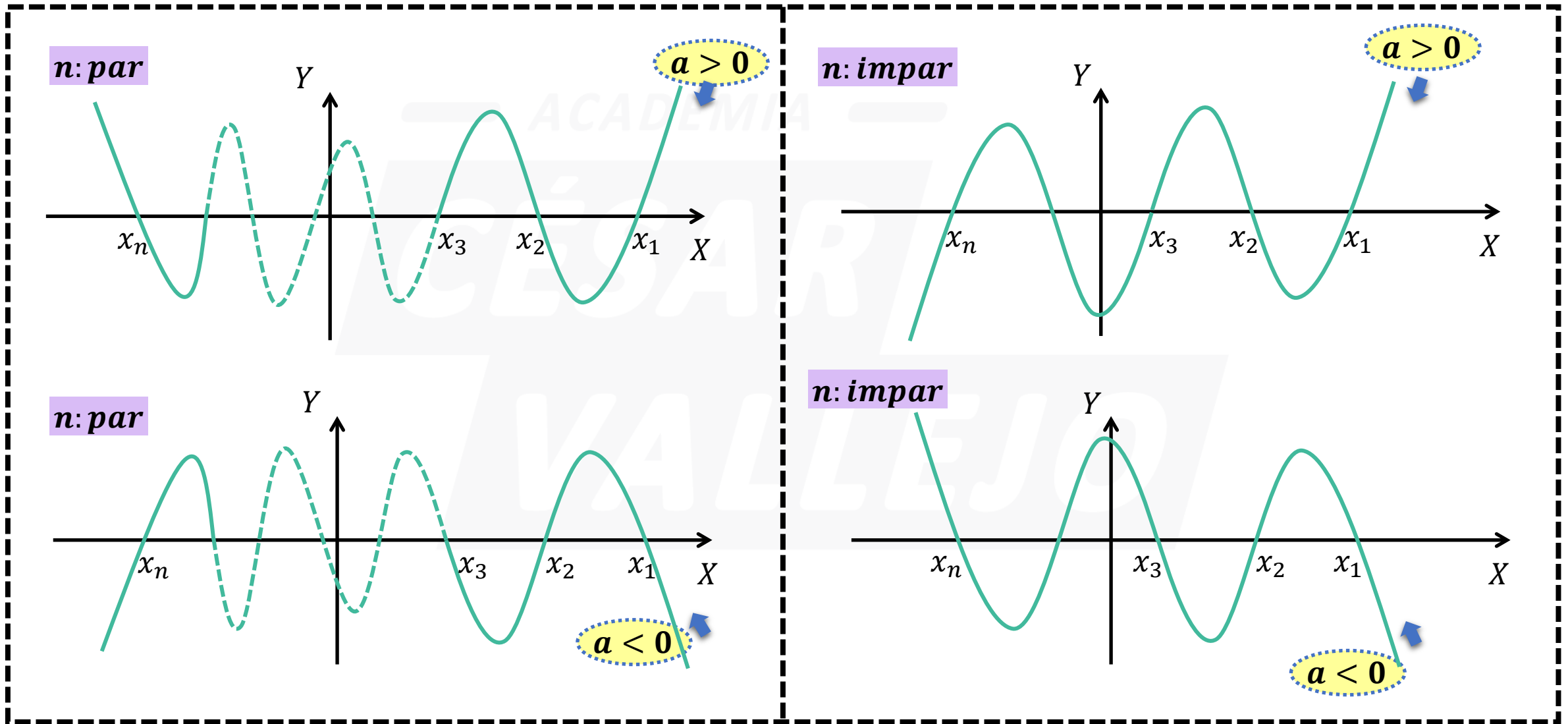
$\nexists n \ g(x) = x^5 \Rightarrow g(1) = 1 \Rightarrow n = 1$

* Sea $x < 0$: $\underbrace{x(-x) = x^5}_{x=-1 \Rightarrow a=-1}$

$\nexists n \ g(x) = x^5 \Rightarrow g(-1) = -1 \Rightarrow b = -1$

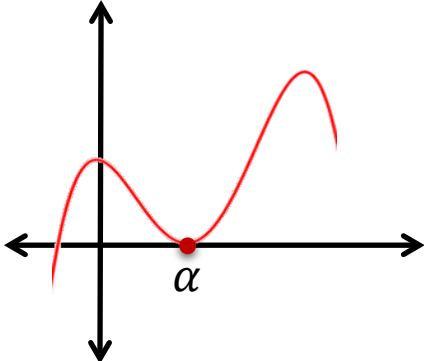
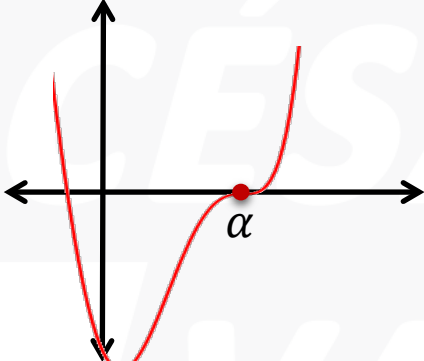
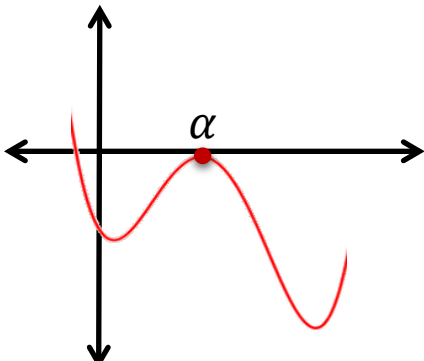
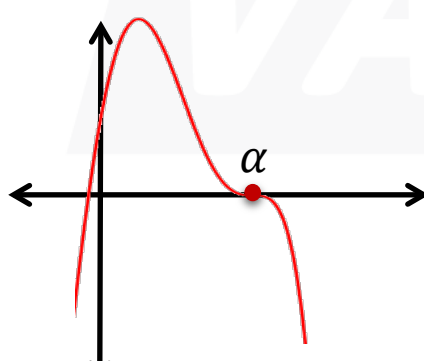
Rta $am + bn = (-1)(1) + (-1)(1) = -2$

FUNCIÓN POLINOMIAL Es aquella función cuya regla de correspondencia es $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n)$



Gráfica con raíces de multiplicidad

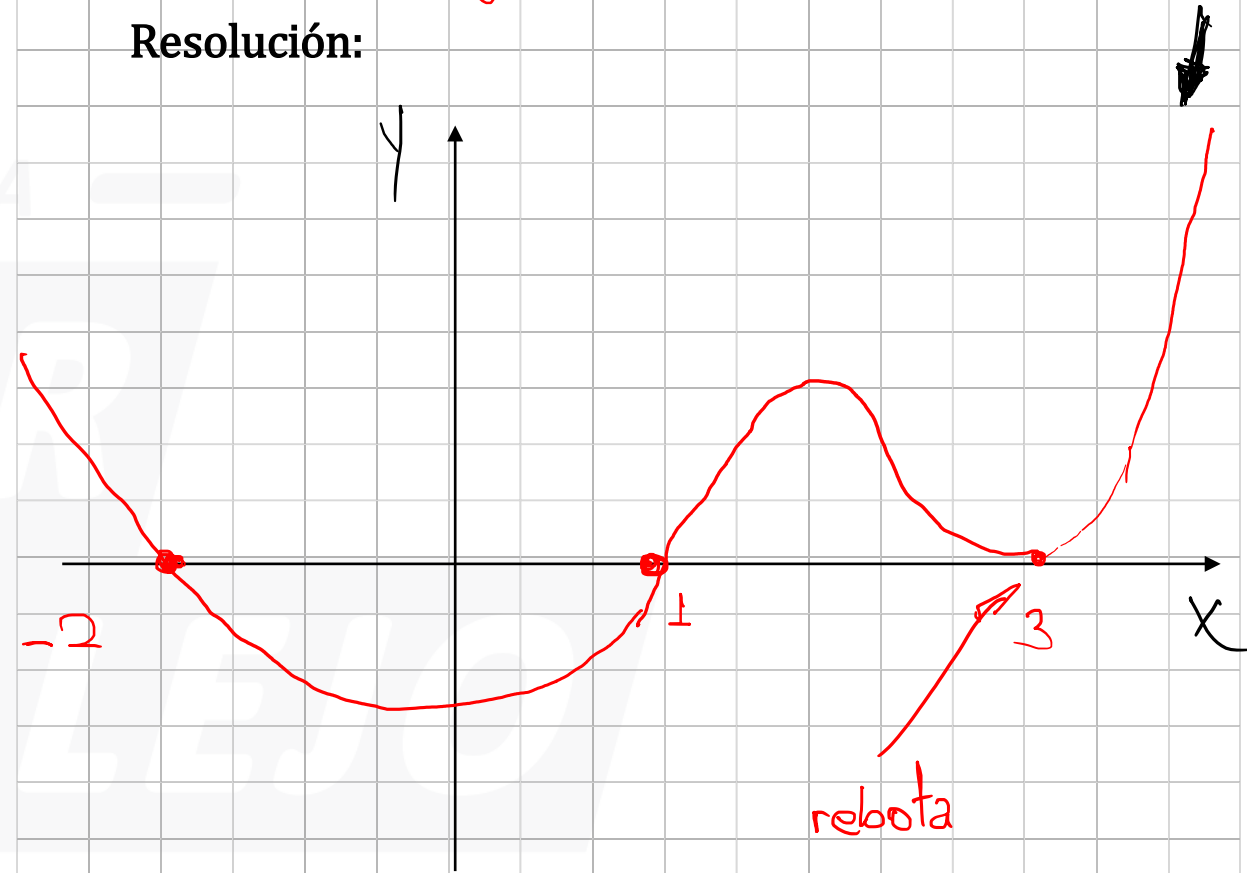
Si $P(x)$ tiene un factor de la forma $(x - \alpha)^k$, $k \in \mathbb{N}$; k es la multiplicidad.

k es par	k es impar
	
	

Aplicación

Grafique $f(x) = 3(x+2)^3(x-1)(x-3)^2$

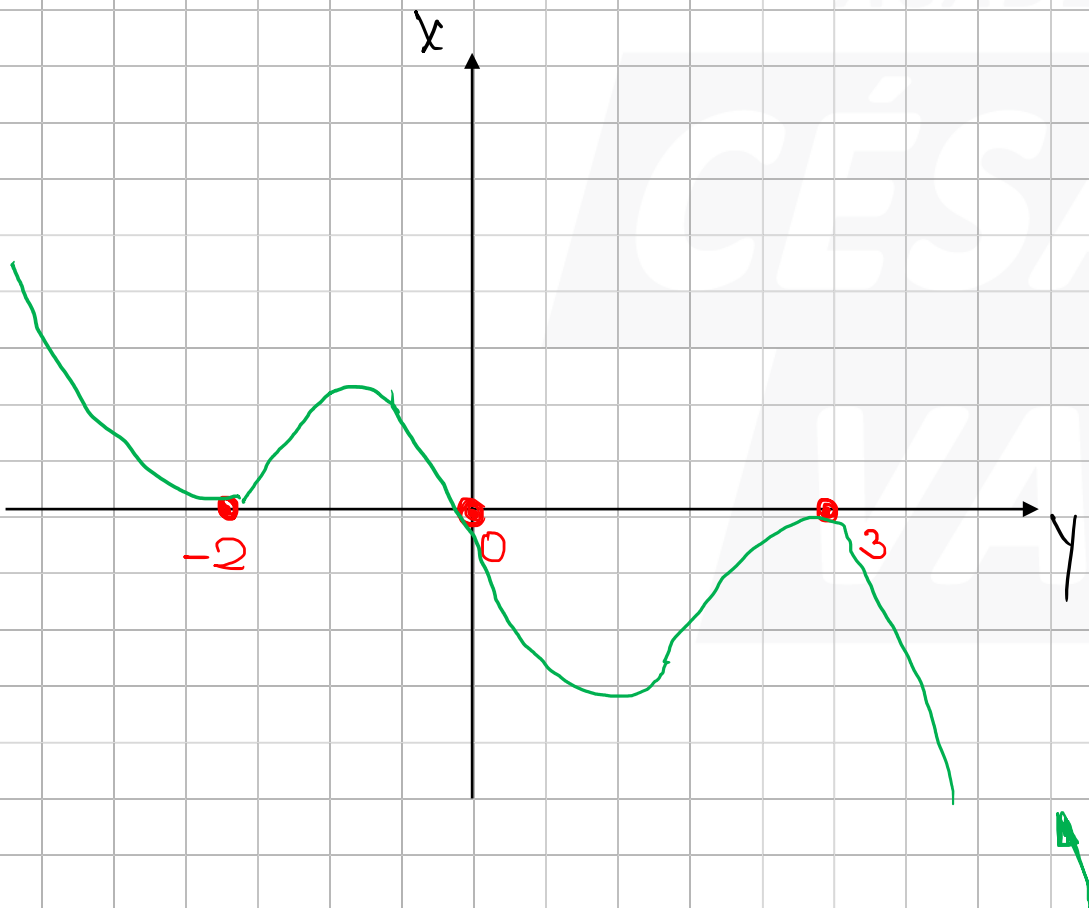
Resolución:



Aplicación

Grafique $g(x) = -2x(x+2)^2(x-3)^2$

Resolución:



Aplicación

Esboce la gráfica de la función f .

$$f = \{(m^2 - 2; -m + 1) / m \in \mathbb{R}_0^+\}$$

Resolución:

$$f(m^2 - 2) = -m + 1; m \geq 0$$

$$\text{Luego } f(x) = -\sqrt{x+2} + 1; x \geq -2$$

$$\begin{cases} m^2 - 2 = x \\ m^2 = x + 2 \\ m = \sqrt{x+2} \end{cases}$$

$$m = \sqrt{x+2}$$

$$m \geq 0 \Rightarrow m^2 \geq 0$$

$$\frac{m^2 - 2}{x} \geq -2$$





GRACIAS

SÍGUENOS:   

academiacesarvallejo.edu.pe